Exercice 48

1. Pour au moins 95% des échantillons de taille n prélevés dans cette population où la fréquence du caractère est p, on sait que f appartient à l'intervalle $[p-\frac{1}{\sqrt{n}}\ ;\ p+\frac{1}{\sqrt{n}}]$

c'est-à-dire que $p-\frac{1}{\sqrt{n}} \leq f \leq p+\frac{1}{\sqrt{n}}$

soit encore $p-\frac{1}{\sqrt{n}} \leq f$ et $f \leq p+\frac{1}{\sqrt{n}}$

soit $p \leq f+\frac{1}{\sqrt{n}}$ et $f-\frac{1}{\sqrt{n}} \leq p$

qui équivaut à $[f-\frac{1}{\sqrt{n}}\ ;\ f+\frac{1}{\sqrt{n}}]$ contient p.

Méthode

On pourra revoir cette méthode dans l'exercice résolu 4 page 225.

2.a. Si on suppose que $p=\frac{1}{4}=0{,}25$, pour un échantillon de taille $n=64$, l'intervalle de fluctuation de f au seuil de 95% est :

$$\mathrm{I} = \left[0{,}25-\frac{1}{\sqrt{64}}\ ;0{,}25+\frac{1}{\sqrt{64}}\right] = [0{,}125\ ;0{,}375].$$

Le tiers des girafes de l'échantillon ont une taille supérieure à 5,5 m donc la fréquence du caractère observé est égale à $\frac{1}{3}$ sur l'échantillon prélevé.

Comme $\frac{1}{3} \approx 0{,}33$, la fréquence du caractère observé appartient à l'intervalle I.

Il n'y a donc pas lieu de considérer, au seuil 0,95, que cet échantillon est « anormal ».

Conseil

Il faut bien identifier p, n et f dans l'énoncé.

Le calcul des bornes de I suffit ensuite pour conclure.

2.b. L'échantillon des 625 lancers de deux pièces fournit une fréquence de « 2 pile » égale à $f=\frac{150}{625}=0{,}24$.

L'intervalle de confiance de p au niveau 0,95 associé à cet échantillon est

$$\left[0{,}24-\frac{1}{\sqrt{625}}\ ;0{,}24+\frac{1}{\sqrt{625}}\right] = [0{,}2\ ;0{,}28].$$

On peut dire, au niveau de confiance 0,95 que la probabilité p d'obtenir « 2 pile » en lançant une fois cette pièce est comprise entre 0,2 et 0,28.

Remarque :

Les propriétés et méthodes étudiées au chapitre 8 permettent de montrer que $p=0{,}25$ dans le cas d'une pièce supposée bien équilibrée.