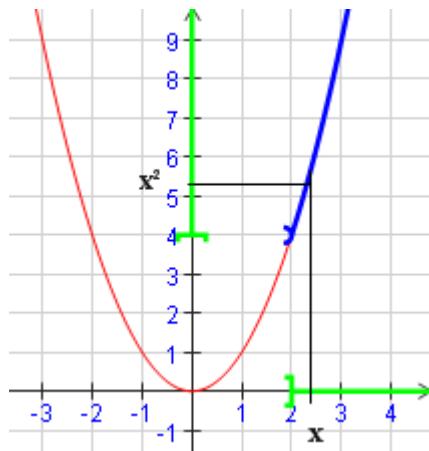


Exercice 100

• (A) Vrai

GRAPHIQUEMENT : à l'aide de la courbe représentant la fonction carré cette affirmation semble exacte

$$\text{Si } x > 2 \text{ alors } x^2 > 4$$



DÉMONSTRATION : démontrons-le à l'aide d'une propriété du cours: la fonction carré est strictement croissante sur $[0 ; +\infty[$ donc respecte l'ordre entre deux nombres positifs ou nuls.

Par suite : si $x > 2$, alors $x^2 > 2^2$ c'est-à-dire $x^2 > 4$.

Méthode

Avant de chercher à démontrer que l'affirmation

« Si proposition A alors proposition B » est vraie ou fausse, il faut se faire une opinion !

Un graphique permet de se faire une idée du résultat.

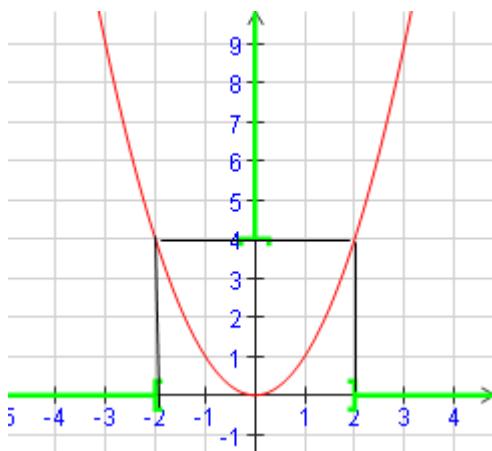
On cherche ensuite à démontrer que cette affirmation est

- soit vraie : on utilise des propriétés du cours
- soit fausse : on trouve un contre-exemple c'est-à-dire un cas où la proposition A est vraie mais la proposition B est fausse.

• (B) Faux

GRAPHIQUEMENT : à l'aide de la courbe représentant la fonction carré cette affirmation semble fausse :

$$\text{Si } x^2 > 4 \text{ alors } x > 2 \text{ ou } x < -2$$

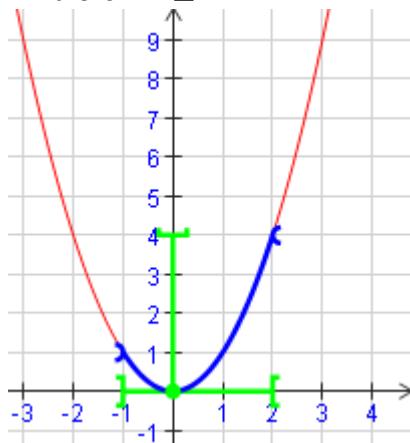


DÉMONSTRATION : un contre-exemple suffit à la prouver que cette proposition est fausse : pour $x = -3$, la proposition « $x^2 > 4$ » est vraie mais la proposition « $x > 2$ » est fausse.

• (C) Faux

GRAPHIQUEMENT : à l'aide de la courbe représentant la fonction carré cette affirmation semble fausse

$$\text{Si } -1 < x < 2 \text{ alors } 0 \leq x^2 < 4$$



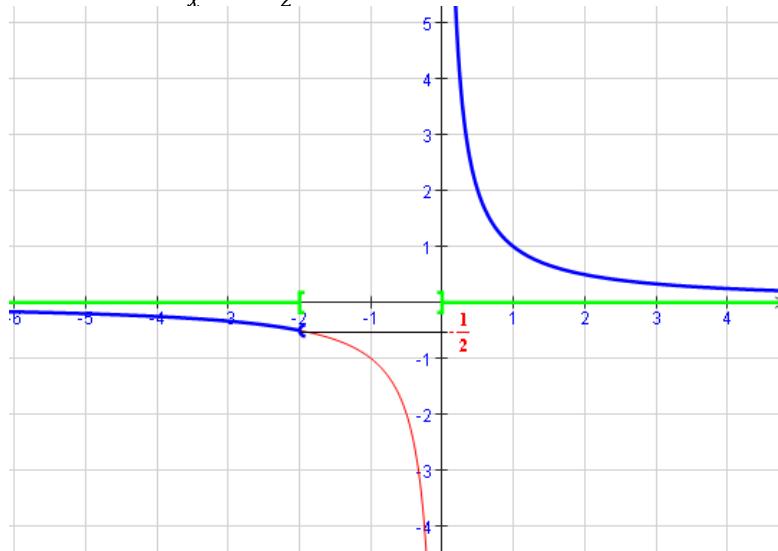
DÉMONSTRATION : Un contre-exemple suffit à nouveau.

Pour $x = 0$, la proposition « $-1 < x < 2$ » est vraie mais la proposition « $1 < x^2 < 4$ » est fausse puisque $x^2 = 0$.

• (D) Faux

GRAPHIQUEMENT : à l'aide de la courbe représentant la fonction inverse cette affirmation semble fausse.

$$\text{Si } \frac{1}{x} > -\frac{1}{2} \text{ alors } x < -2 \text{ ou } x > 0$$



DÉMONSTRATION : on peut prendre comme contre-exemple

$x = 1$: pour $x = 1$, $\frac{1}{x} = 1$ donc la proposition « $\frac{1}{x} > -\frac{1}{2}$ » est vraie mais la proposition « $x < -2$ » est fausse.