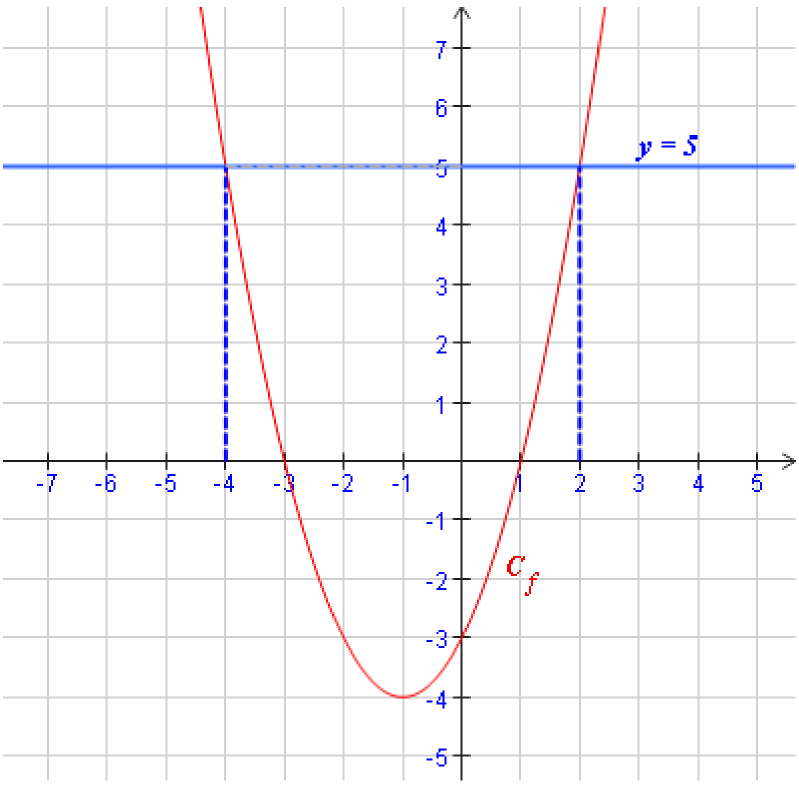
Exercice 131

1.a. $f(-1) = -4$.

1.b.



Méthode

On repère 5 sur l'axe des ordonnées
On repère les points de la courbe C_f qui ont pour ordonnée 5.
On lit leurs abscisses : ce sont les solutions.

méthode décrite dans le cours partie 3, page 88.

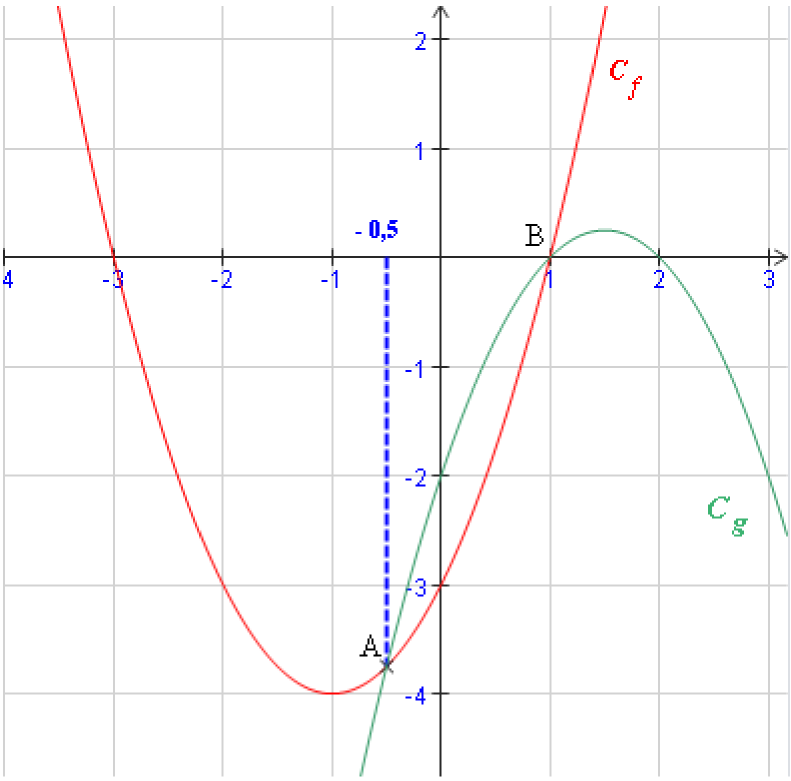
Conseil

Pour trouver tous les points d'ordonnée 5 sur la courbe C_f, on peut tracer la droite d'équation $y = 5$ et repérer tous ses points d'intersection avec la courbe C_f.
On lit ensuite leurs abscisses : ce sont les solutions.

Les solutions de l'équation $f(x) = 5$ sont 2 et -4.

Exercice 131

1.c.



Les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection des courbes C_f et C_g.
Les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont $-0{,}5$ (environ) et 1.

Méthode

Pour résoudre graphiquement $f(x) = g(x)$:
– on repère les points communs aux deux courbes ;
– on lit les abscisses de ces points, ce sont les solutions.

méthode décrite dans le cours partie 3, page 88.

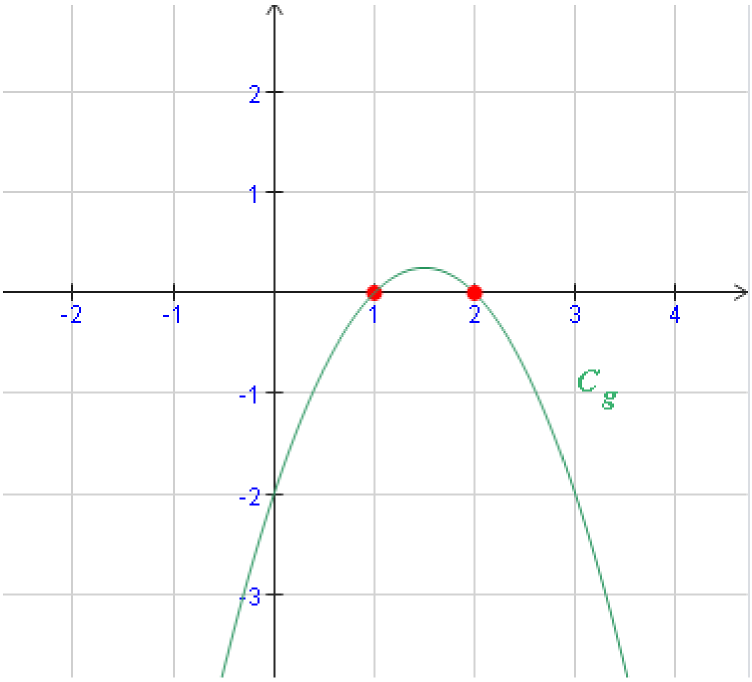
Conseil

Bien comprendre le raisonnement : le point d'abscisse x de C_f a pour coordonnées $(x\,;f(x))$.
Le point d'abscisse x de C_g a pour coordonnées $(x; g(x))$.
Dire que
$f(x) = g(x)$
c'est dire que ces deux points ont les mêmes coordonnées, donc qu'ils sont confondus et de ce fait qu'ils sont communs aux deux courbes.

Exercice 131

1.d.

Les solutions de l'équation $g(x) = 0$ sont 1 et 2.



Méthode

On cherche les points de la courbe C_g qui ont pour ordonnée 0, c'est-à-dire les points d'intersection de la courbe C_g avec l'axe des abscisses. On lit leurs abscisses : ce sont les solutions de l'équation $g(x) = 0$.

méthode décrite dans le cours partie 3, page 88.

Conseil

Bien savoir relier la résolution de l'équation $g(x) = 0$ et la recherche des points d'intersection de C_g avec l'axe des abscisses.
Ce lien sera beaucoup utilisé au chapitre 4.

Exercice 131

2. On peut identifier f et g de plusieurs façons.
Voici deux solutions.

Solution 1
On sait que $f(-1) = -4$(question 1. a.).
Pour $x = -1$, on a
$(x-1)(x+3) = (-1-1)(-1+3) = -2 \times 2 = -4$
et
$(2-x)(x-1) = \big(2-(-1)\big)(-1-1) = 3 \times (-2) = -6$
C'est donc $(x-1)(x+3)$ qui correspond à $f(x)$ et l'autre expression à $g(x)$.

Solution 2
On sait que les solutions de l'équation $g(x) = 0$ sont 1 et 2 (question 1.d.).
Résolvons l'équation $(x-1)(x+3) = 0$:

$$(x-1)(x+3) = 0 \Leftrightarrow x-1 = 0 \text{ ou } x+3 = 0$$

Les solutions sont donc 1 et -3.
L'expression $(x-1)(x+3)$ ne peut donc pas correspondre à $g(x)$. C'est donc celle de $f(x)$.
D'où $f(x) = (x-1)(x+3)$
et $g(x) = (2-x)(x-1)$.

Remarque : on peut vérifier que l'équation $(2-x)(x-1) = 0$ a bien pour solutions 1 et 2.

Analyser l'énoncé
Les formes algébriques permettent de calculer des images et de résoudre certaines équations. Ceci permet de penser à confronter les résultats obtenus graphiquement à la question 1. avec ceux obtenus à l'aide des formes algébriques proposées.

Ensuite les expressions de $f(x)$ et $g(x)$ sont sous forme factorisée ce qui permet de résoudre les équations $f(x) = 0$ et $g(x) = 0$. Ceci peut mettre sur la piste de la solution 2.

Exercice 131

3.

$f(x) = g(x) \iff (x-1)(x+3) = (2-x)(x-1)$

$\iff (x-1)(x+3) - (2-x)(x-1) = 0$

On factorise le premier membre par $(x-1)$ qui est en facteur commun :

$f(x) = g(x) \iff (x-1)[(x+3)-(2-x)] = 0$

$f(x) = g(x) \iff (x-1)\,[x+3-2+x] = 0$

$f(x) = g(x) \iff (x-1)(2x+1) = 0$

$f(x) = g(x) \iff x-1 = 0$ ou $2x+1 = 0$

$f(x) = g(x) \iff x = 1$ ou $x = -\frac{1}{2}$

Remarque : on peut contrôler graphiquement ces résultats à l'aide des résultats de la question 1.c.

Méthode

Cette équation ne se ramène pas à une équation du premier degré donc on rassemble tous les termes dans le premier membre puis on le factorise pour se ramener à un produit qui est égal à 0.

Exercice 131

4. a. Démontrer que $f(x) = x^2 + 2x - 3$ pour tout x réel.

On sait que $f(x) = (x-1)(x+3)$.

Il s'agit donc de démontrer que pour tout x réel,
$\boldsymbol{(x-1)(x+3) = x^2 + 2x - 3}$.
Pour cela, développons le premier membre.
$(x-1)(x+3) = x^2 + 3x - x - 3 = x^2 + 2x - 3$.

On a donc pour tout x réel, $f(x) = x^2 + 2x - 3$.

Méthode

Pour démontrer que pour tout x réel, f(x) = g(x), on peut transformer l'un des membres pour arriver à l'autre.

méthode décrite dans l'exercice2 page 85.

Conseil

Pour démontrer une « égalité pour tout réel x », il faut bien observer les expressions données.
Développer est souvent plus facile que factoriser on a donc choisi ici de partir du membre de gauche (factorisé) pour le développer et arriver au membre de droite (développé).

<u>**Exercice 131**</u>

4. b. Résoudre l'équation $f(x) = -4x - 12$.

Solution 1 : Avec la forme développée de $f(x)$

$$f(x) = -4x - 12 \iff x^2 + 2x - 3 = -4x - 12$$
$$\iff x^2 + 6x + 9 = 0$$

On reconnaît une identité remarquable :

$$f(x) = -4x - 12 \iff (x + 3)^2 = 0$$
$$\iff x = -3$$

Cette équation a une unique solution : -3

Solution 2 : Avec la forme factorisée de $f(x)$

$$f(x) = -4x - 12 \iff (x - 1)(x + 3) = -4x - 12$$
$$\iff (x - 1)(x + 3) + 4x + 12 = 0$$

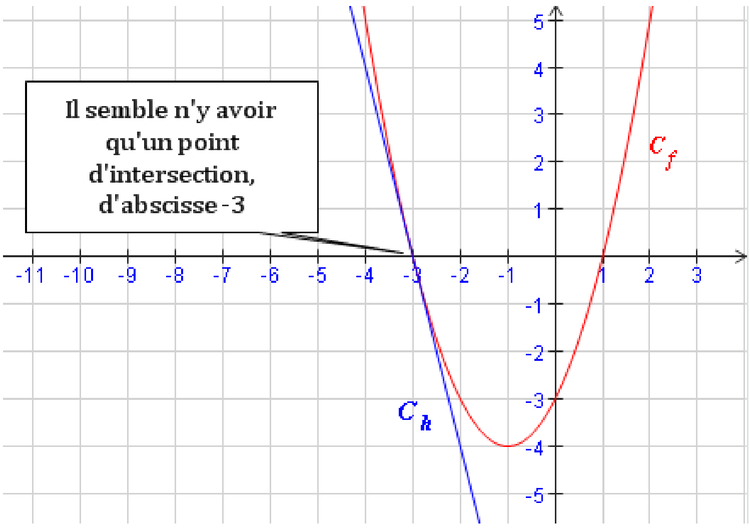
On peut factoriser par étapes :

$$f(x) = -4x - 12 \iff (x - 1)(x + 3) + 4(x + 3) = 0$$
$$\iff (x + 3)\,[(x - 1) + 4]$$
$$\iff (x + 3)\,(x + 3) = 0$$
$$\iff x = -3$$

Cette équation a une unique solution : -3

Contrôler graphiquement le résultat

Cette équation est de la forme $f(x) = h(x)$ avec $h(x) = -4x - 12$. On peut donc contrôler le résultat graphiquement en traçant la courbe représentative de h sur le même graphique que celle de f (à la main ou à la calculatrice) et en lisant les abscisses des points d'intersection des courbes représentant f et h.



Méthode

Cette n'est pas du premier degré donc on rassemble tous les termes dans un membre puis on le factorise pour arriver à un produit qui est nul.

Conseil

Pour résoudre l'équation

$f(x) = -4x - 12$

il faut choisir la forme de $f(x)$ la mieux adaptée.

Le choix n'est pas toujours immédiat !

Il faut anticiper les calculs pour savoir quelle forme permettra, après avoir rassemblé tous les termes dans le premier membre, de le factoriser (pour arriver à un produit égal à 0).

Ici, la forme développée ou la forme factorisée permettent d'aboutir mais ce n'est pas toujours le cas !