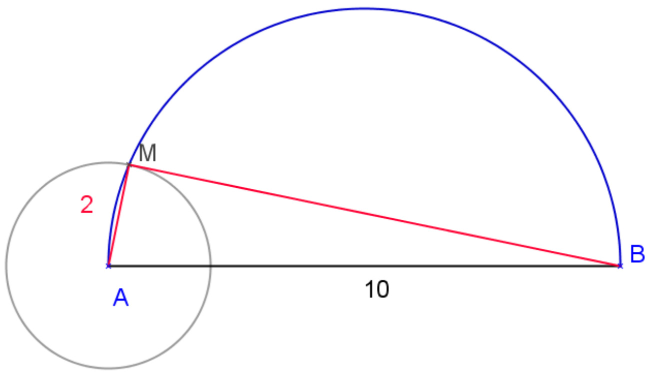
Exercice 83

1. a. On place M à l'intersection du cercle de centre A et de rayon 2 cm et du demi-cercle $\mathcal{C}$.



(*unité de longueur non respectée*)

1.b. [AM] est une corde du cercle de diamètre [AB].
La plus grande corde possible est un diamètre du cercle. Le diamètre du cercle est 10 cm.
Donc $0 \leq \text{AM} \leq \text{AB}$ soit $0 \leq \text{AM} \leq 10$.

Conseil
Utiliser l'un des fichiers d'animation GeoGebra ou Geoplan disponibles sur le site élève : déplacer le point M et observer les mesures de la longueur AM.

2.a. La variable est la longueur AM (exprimée en cm).
L'ensemble de définition de la fonction f est l'ensemble des valeurs que peut prendre AM c'est-à-dire l'ensemble de tous les nombres entre 0 et 10.
L'ensemble de définition de la fonction est donc l'intervalle $[0; 10]$.

Méthode
La fonction f associe à la longueur AM l'aire du triangle AMB. On peut schématiser ce lien ainsi :

f : AM $\longmapsto$ aire(AMB)

la variable

2.b. On a aire(AMB) = $\frac{1}{2}\text{AM} \times \sqrt{100 - \text{AM}^2}$.
Avec $x = \text{AM}$ et $f(x) = \text{aire(AMB)}$ on déduit que :

$$f(x) = \frac{1}{2}x \times \sqrt{100 - x^2}$$

Méthode
En appelant x la variable AM, on passe de :

f : AM $\longmapsto$ aire(AMB)

à

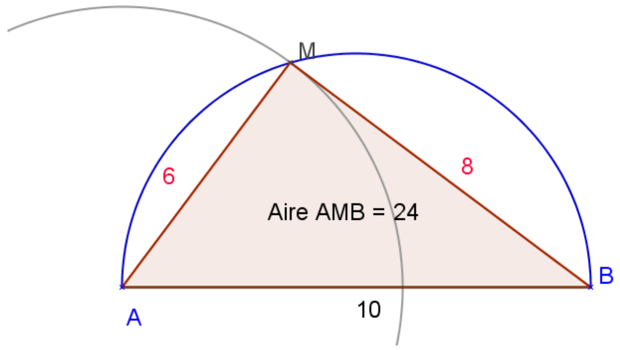
f : x $\longmapsto \underbrace{\text{aire(AMB)}}_{\text{f(x)}}$

3. On lit deux antécédents de 24 sur la courbe représentant f : 6 et 8.

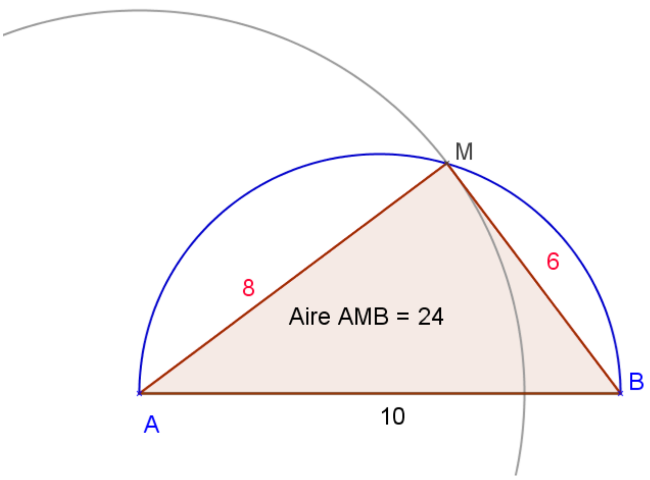
Géométriquement cela signifie que l'aire de AMB est égale à 24 cm^2 quand AM = 6 cm ou AM = 8 cm.

On peut tracer les figures correspondantes.
(l'unité de longueur, 1 cm, n'est pas respectée sur les figures ci-dessous).

Pour AM = 6 :



Pour AM = 8 :



Conseil

Retrouver ces résultats sur l'un des fichiers Geoplan ou GeoGebra disponibles sur le site élève, en déplaçant le point M.

➘Pour aller plus loin

Le triangle AMB est inscrit dans le cercle de diamètre [AB] donc il est rectangle en M.
Par conséquent

$$\text{aire(AMB)} = \frac{\text{AM} * \text{BM}}{2}$$

Par le théorème de Pythagore dans le triangle AMB , on obtient $\text{AB}^2 = \text{AM}^2 + \text{BM}^2$
Sachant que AB = 10, on a $100 = \text{AM}^2 + \text{BM}^2$
d'où $\text{BM}^2 = 100 - \text{AM}^2$.
Comme BM est positive,

$$\text{BM} = \sqrt{100 - \text{AM}^2}$$

Par conséquent ,
$\text{aire(AMB)} = \frac{\text{AM} * \sqrt{100 - \text{AM}^2}}{2} = \frac{1}{2}\, \text{AM} \times \sqrt{100 - \text{AM}^2}$

Méthode

L'aire d'un triangle se calcule par la formule :

$$\textit{aire d'un triangle} = \frac{\textit{base} \times \textit{hauteur}}{2}$$

Pour un triangle rectangle, si la base est un côté de l'angle droit, la hauteur est l'autre côté de l'angle droit.