Images et antécédents

Exercice 1

1. L'image de 4 par f est 3.
2. 6 est un antécédent de -1.
3. $f(4) = 3$.
4. $f\ :\ -1 \mapsto 0$.
5. La fonction f étant définie sur R, le nombre réel 5 a une image par f (même si elle n'est pas connue par le tableau de valeurs).

Exercice 2

a. 14 est l'image de -3 par f.
b. -3 est un antécédent de 14 par f.
c. -3 a pour image 14 par f.

Courbe représentative

Exercice 3

a. L'image de 1 par f est -2.
b. $f(-4) = -2$.
c. Les antécédents de -2 par f sont -4 et 4.
d. Les antécédents de 1 par f sont -3 et -1.

Exercice 4

a. $f(0) = 4$
b. L'image de -1 par f est 1.
c. L'antécédent de -1 par f est $-3{,}4$ (environ).
d. Les antécédents de 1 par f sont -3 et -1.

Exercice 5

1. Le côté du carré.
2. Le poids de la lettre.
3. Le prix du repas.

Expressions algébriques

Exercice 6

1. a. L'image de 3 par f est -21.
b. $f(-2) = -6$.
2. a. $f\ :\ x\ \mapsto\ -2x^2 - x$.
b. $f(x) = -2x^2 - x$.

Exercice 7 Algorithmique

1. Si on entre le nombre -3, l'algorithme affiche 8.
Si on entre le nombre 4, l'algorithme affiche 15.
Si on entre le nombre -1, l'algorithme affiche 0.
2. $f(x) = (x - 1)(x + 1)$.

Exercice 8

La fonction g est définie sur R par $g(x) = 2x^2 - 3$.

1. $g(4) = 29$.

2. L'image de -3 par g est 15.

3. Comme $g(6) = 69$, le nombre 6 est bien un antécédent de 69 par la fonction g.

4. Comme $g(-1) = -1$, on a $g(-1) \neq -5$ donc le nombre -1 n'est pas un antécédent de -5 par la fonction g.

Exercice 9

1. $h(-2) = -9$; $h\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{5}{3}$.

2. L'image de 0 par h est -1.

3. $h(x) = 3$ revient à $4x = 4$ donc à $x = 1$. L'antécédent de 3 par h est 1.

Exercice 10

a. Multiplier par 2
Soustraire 1
Élever au carré

b. Élever au carré
Multiplier par 2
Soustraire 1

c. Ajouter 2
Prendre l'inverse

d. Prendre l'inverse
Ajouter 2

D'un langage à l'autre

Exercice 11

1. On peut dire que -1 a pour image 2 par la fonction f.
On peut aussi dire que 2 est l'image de -1 par la fonction f.

2. Le point M de coordonnées $(-1\,;2)$ appartient à la courbe représentative de f.

Exercice 12

Comme $g(3) = \frac{3}{2-3} + 3 = -3 + 3 = 0$, le point P $(3\,;\ 0)$ appartient à la courbe représentative de la fonction g.

Exercice 13

images ou antécédents	$f(x) = y$	courbe C
4 est un antécédent de -2	$f(4) = -2$	$M(4\,;-2) \in C$
1 est un antécédent de 6 ou 1 a pour image 6 ou 6 est l'image de 1	$f(1) = 6$	$P(1\,;\ 6) \in C$
0 est un antécédent de 3 ou 0 a pour image 3 ou 3 est l'image de 0	$f(0) = 3$	$R(0\,;3) \in C$
5 est un antécédent de 2 ou 5 a pour image 2 ou 2 est l'image de 5	$f(5) = 2$	$S(5\,;2) \in C$
-1 a pour image 3 par f	$f(-1) = 3$	$T(-1\,;3) \in C$

D'une représentation à l'autre

Exercice 14

1. L'aire d'un rectangle est donnée par *largeur* × *longueur*.
Donc aire (AMNP) = AM × AP.
De AD = 10 et DP = AM, on déduit que AP = 10 – AM.
D'où finalement :

$$\text{aire (AMNP)} = \text{AM} \times (10 - \text{AM}).$$

2. a. La variable est AM. L'ensemble de définition de f est [0 ; 10] car AM est comprise entre 0 et 10 (en cm).
b. $f(x) = x \times (10 - x)$

3. On entre la fonction f sur la calculatrice.
Sur la courbe, il semble n'y avoir que deux points d'ordonnée 24.
La table de valeurs donne $f(x) = 24$ pour x = 4 et $x = 6$.
On peut vérifier que ce sont des valeurs exactes par le calcul :
$f(4) = 4 \times 6 = 24$ et $f(6) = 6 \times 4 = 24$
Il y a donc deux positions possibles de M sur [AB] pour que le rectangle AMNP ait une aire égale à 24 cm^2 : M est à 4 cm de A ou à 6 cm de A.