

Translation-égalité de vecteurs

Exercice 1

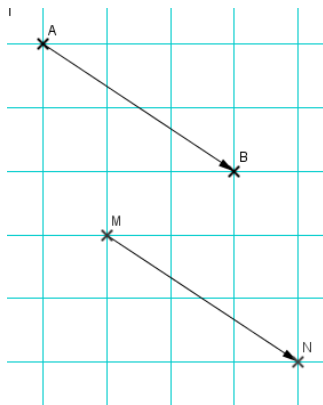
- a. E b. G c. I d. A

Exercice 2

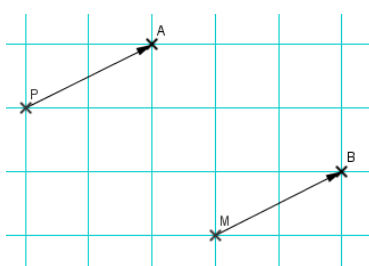
- a. $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{FI}$
 b. $\overrightarrow{FI}$; $\overrightarrow{IG}$; $\overrightarrow{DH}$; $\overrightarrow{HC}$; $\overrightarrow{AE}$
 c. $\overrightarrow{AI}$, $\overrightarrow{IC}$ et $\overrightarrow{EG}$ sont égaux.
 d. $\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{BD}$ ne sont pas égaux.

Exercice 3

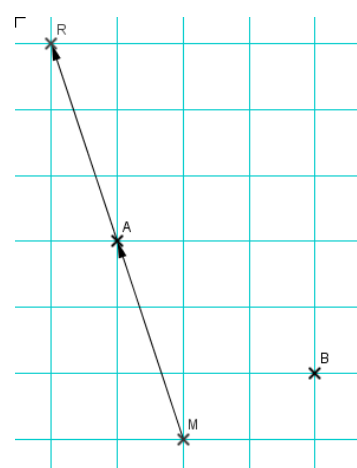
a. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MN}$



b. $\overrightarrow{PA} = \overrightarrow{MB}$



c. R image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{MA}$

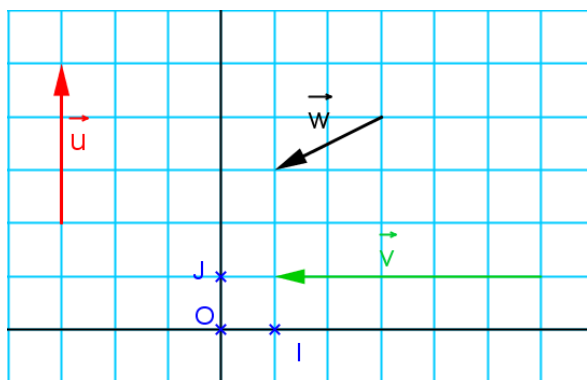


Les coordonnées d'un vecteur

Exercice 4

1. $\overrightarrow{BA} \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

2. Une solution :



Exercice 5

- a. $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ b. $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \end{pmatrix}$ c. $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ d. $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 14 \\ 13 \end{pmatrix}$

Exercice 6

- a. On calcule les coordonnées de $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} -7 \\ -2 \end{pmatrix}$.
Les vecteurs ne sont pas égaux donc ABCD n'est pas un parallélogramme.
b. On calcule les coordonnées de $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$.
Les vecteurs sont égaux donc ABCD est un parallélogramme.

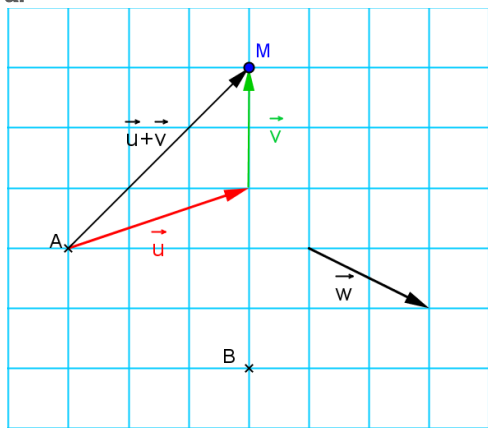
Somme et différence de vecteurs

Exercice 7

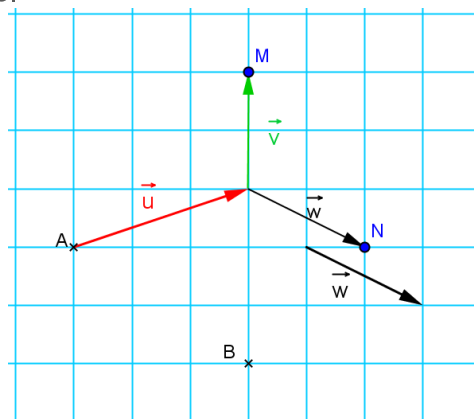
- a. $\overrightarrow{AI}$ b. $\overrightarrow{GH}$ c. $\vec{0}$ d. $\overrightarrow{HE}$

Exercice 8

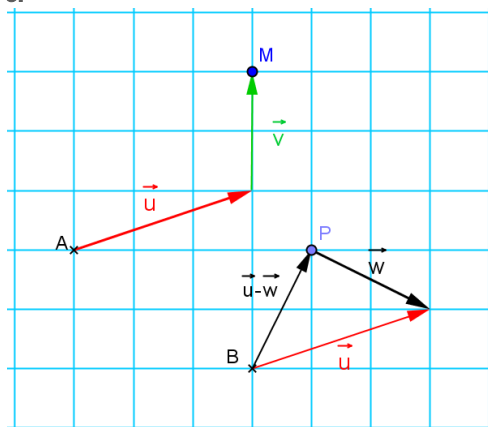
a.



b.



c.



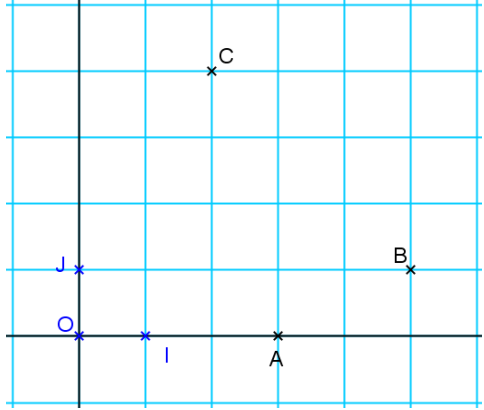
Exercice 9

- a. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AG}$ b. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AM}$ c. $\overrightarrow{GH} + \overrightarrow{HI} = \overrightarrow{GI}$ d. $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CD}$

Déterminer les coordonnées d'un point

Exercice 10

a.

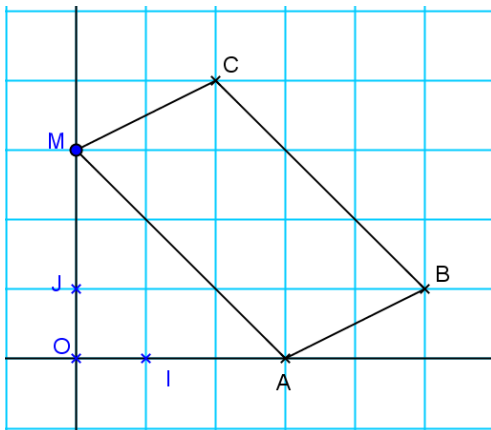


b. ABCM est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MC}$.
Appelons x et y les coordonnées du point M.

On a alors : $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{MC} \begin{pmatrix} 2-x \\ 4-y \end{pmatrix}$.

Ces vecteurs sont égaux si et seulement si $2 - x = 2$ et $4 - y = 1$.
On en déduit que M (0 ; 3).

c. On contrôle graphiquement ce résultat :



Exercice 11

On appelle (x ; y) les coordonnées de M.

Alors $\overrightarrow{MA} \begin{pmatrix} -2-x \\ 5-y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{MB} \begin{pmatrix} 6-x \\ -3-y \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} \begin{pmatrix} 4-2x \\ 2-2y \end{pmatrix}$

On en déduit que $4 - 2x = 0$ et $2 - 2y = 0$ d'où M (2 ; 1).

Autre méthode

L'égalité vectorielle donnée traduit le fait que M est le milieu de [AB]

donc M $\left(\frac{-2+6}{2}; \frac{5-3}{2} \right)$

soit M(2; 1).

Produit d'un vecteur par un réel

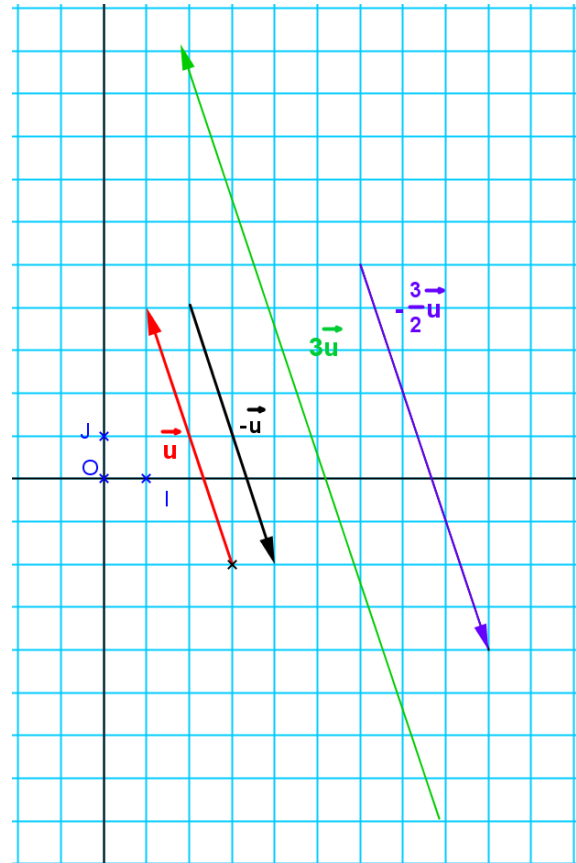
Exercice 12

$-\vec{u}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}$;

$3\vec{u}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} -6 \\ 18 \end{pmatrix}$;

$-\frac{3}{2}\vec{u}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} 3 \\ -9 \end{pmatrix}$

On a tracé ci-contre des représentants de ces vecteurs.



Exercice 13

a. Soit $(x ; y)$ les coordonnées du point M. On a alors :

$\overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x+2 \\ y-3 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ d'où $\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$.

L'égalité $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ se traduit alors par $x + 2 = 2$ et $y - 3 = 2$ d'où $x = 2$ et $y = 5$.
On a donc M (2 ; 5).

b. Le milieu de [AD] a pour coordonnées $\left(\frac{-2+6}{2}; \frac{3+7}{2}\right)$ soit (2 ; 5). C'est donc bien le point M.

Exercice 14

a. Pour $\vec{u} \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 4,5 \\ -6 \end{pmatrix}$, on constate que $\vec{v} = -1,5 \vec{u}$ donc les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires (autre méthode : vérifier que $(-3) \times (-6) = 4 \times 4,5$).

b. Pour $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$, on compare $2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$ et $1 \times \sqrt{2} = \sqrt{2}$.

On obtient le même résultat donc les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

2. Les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} -3x \\ x \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x \\ 2 \end{pmatrix}$ sont colinéaires si et seulement si $-6x = x^2$

On résout donc l'équation $-6x = x^2$ qui s'écrit encore $x^2 + 6x = 0$ ou encore $x(x + 6) = 0$.
Ce produit est nul si et seulement si $x = 0$ ou $x + 6 = 0$.

Il y a donc deux solutions : $x = 0$, $x = -6$.

Remarque : on peut vérifier que pour ces valeurs les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont bien colinéaires.

Exercice 15

Les droites (MN) et (PQ) sont parallèles si et seulement si $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{PQ}$ sont colinéaires.

Or $\overrightarrow{MN} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{PQ} \begin{pmatrix} -3 \\ 9 \end{pmatrix}$. On constate que $\overrightarrow{PQ} = -3 \overrightarrow{MN}$.

Les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{PQ}$ sont colinéaires donc les droites (MN) et (PQ) sont parallèles.

Exercice 16

Les points sont alignés si et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

On a $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 12 \\ 4 \end{pmatrix}$.

On constate donc que $\overrightarrow{AB} = 2 \overrightarrow{AC}$.

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires donc les droites (AB) et (AC) sont parallèles. Ayant A comme point commun, elles sont donc confondues et par suite, A, B et C sont alignés.

Exercice 17

A(4 ; -1), B(8 ; 2) et C(-1 ; -5) on a $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -5 \\ -4 \end{pmatrix}$.

$4 \times (-4) \neq 3 \times 5$ donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires.

Les points A, B et C ne sont donc pas alignés.