Exercice 90

1. a. L'équation $x^2 = 81$ a pour solutions 9 et –9.

Conseil

On sait que 9² = 81. Visualiser la courbe représentative de la fonction carré permet de ne pas oublier l'autre solution –9, comme dans l'exercice résolu 1 page 109.

b. L'inéquation $x^2 \geq 4$ a pour ensemble de solutions $]-\infty ; -2] \cup]2 ; +\infty[$.

Conseil

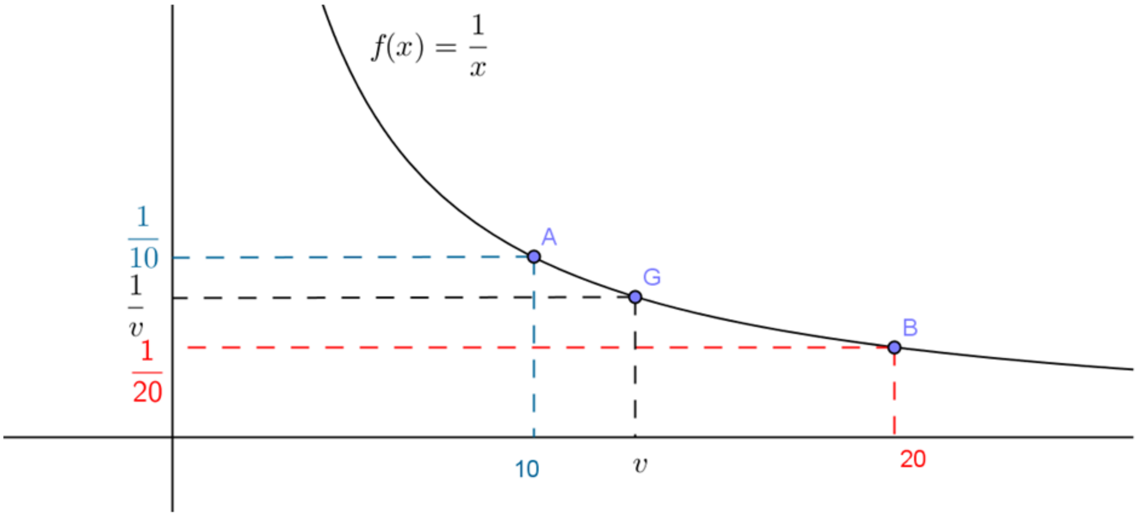
On sait que 2² = 4. S'aider de la courbe de la fonction carré permet de déterminer les intervalles solutions, comme dans l'exercice résolu 3 page 109.

c. $(2x-1)^2 = 9$ est une équation de la forme ◆² = 9 où ◆ représente $(2x-1)$.
Or ◆² = 9 a pour solution ◆ = 3 ou ◆ = –3.
Donc $(2x-1)^2 = 9$ équivaut à $2x - 1 = 3$ ou $2x - 1 = -3$.
On a $2x - 1 = 3 \Leftrightarrow 2x = 4 \Leftrightarrow x = 2$
et $2x - 1 = -3 \Leftrightarrow 2x = -2 \Leftrightarrow x = -1$.
L'équation $(2x-1)^2 = 9$ a donc deux solutions : –1 et 2.

2. On sait que $v = \frac{d}{t}$ où d est la distance parcourue et t la durée.
Avec v en km·h^{-1} et d = 15 km on a $v = \frac{15}{t}$ où t est en heures.
Donc $t = \frac{15}{v}$.
Comme $10 \leq v \leq 20$, on a $\frac{1}{10} \geq \frac{1}{v} \geq \frac{1}{20}$ car la fonction inverse renverse l'ordre sur $]0 ; +\infty[$.

On multiplie par 15, positif, sans changer l'ordre des inégalités :
$\frac{15}{10} \geq \frac{15}{v} \geq \frac{15}{20}$ ce qui donne $1{,}5\ h \geq t \geq \frac{3}{4}\ h$
Autrement dit t est compris entre trois quarts d'heure et 1 heure et demie
soit en minutes : 45 min $\leq t \leq$ 90 min.

Remarque : on a utilisé ici le sens de variation de la fonction inverse sur $]0 ; +\infty[$ pour passer de $10 \leq v \leq 20$ à $\frac{1}{10} \geq \frac{1}{v} \geq \frac{1}{20}$.
On aurait pu aussi s'aider de la courbe représentative de la fonction inverse comme sur le graphique ci-dessous.


$f(x) = \frac{1}{x}$
A
G
B
$\frac{1}{10}$
$\frac{1}{v}$
$\frac{1}{20}$
10
v
20