Exercice 106 Résolution détaillée

Question 1 Forme factorisée de $h(x)$

On détermine les racines de $5x^2 - 3x - 2$.

Le discriminant est : $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 5 \times (-2) = 49$.

Il y a donc deux racines :

$x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{3-7}{10} = -\dfrac{2}{5}$ et

$x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{3+7}{10} = 1$

On en déduit que

$h(x) = 5(x - x_1)(x - x_2) = 5\left(x + \frac{2}{5}\right)(x - 1)$.

Méthode

On applique la propriété 2 page 30.

Question 2 Forme canonique de $h(x)$

$h(x) = 5\left(x^2 - \frac{2}{5}x\right) - 2$

Or $x^2 - \frac{2}{5}x = x^2 - 2 \times \frac{3}{10}x$

De $x^2 - \frac{2}{5}x + \frac{9}{100} = \left(x - \frac{3}{10}\right)^2$, on en déduit que

$h(x) = 5\left[\left(x - \frac{3}{10}\right)^2 - \frac{9}{100}\right] - 2$

$h(x) = 5\left(x - \frac{3}{10}\right)^2 - \frac{9}{20} - 2.$

Autrement dit, $h(x)$ a pour forme canonique

$h(x) = 5\left(x - \frac{3}{10}\right)^2 - \frac{49}{20}.$

Méthode

On applique la méthode décrite dans l'exercice résolu 2 page 29.

Question 3

On sait que h est une fonction polynôme de degré 2 dont le coefficient de x^2 est positif. Elle est donc d'abord strictement décroissante puis strictement croissante. Le graphique **c** est donc éliminé. D'après la forme canonique, h admet pour sommet le point de coordonnées $\left(\frac{3}{10} ; -\frac{49}{20}\right)$.

h est donc représentée par le graphique de la figure **a** (on pouvait aussi calculer $\dfrac{-b}{2a}$.

Question 4

Le sommet C a pour coordonnées $\left(\dfrac{3}{10} ; -\dfrac{49}{20}\right)$ (voir question **3**). B est le point de la courbe d'abscisse 0. Son ordonnée est donc $h(0) = -2$.

Donc B a pour coordonnées (0 ; –2). A et D sont les points d'intersection de la courbe avec l'axe des abscisses.

On a vu à la question **1** que les solutions de $h(x) = 0$ sont – 0,4 et 1.

Donc A(– 0,4 ; 0) et D(1 ; 0).