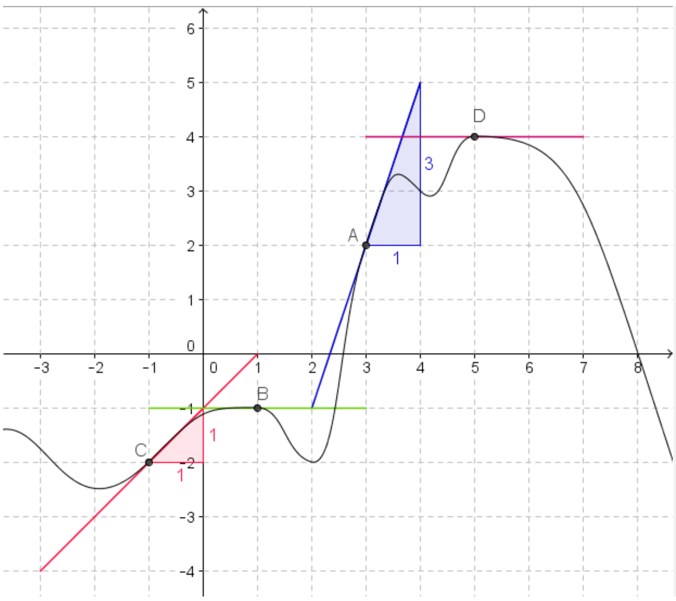
Exercice 85 Résolution détaillée



1. Il faut interpréter géométriquement les données du tableau.
Pour x=3, le point A de la courbe représentative de la fonction f a pour ordonnée, f(3)=-2.
f'(3)=3 signifie que la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 3 a pour coefficient directeur 3.
Pour construire cette tangente, on place le point A(3,2) puis, on utilise l'interprétation du coefficient directeur pour placer un autre point de la droite tangente à la courbe.
On augmente l'abscisse du point A de 1, on fais varier l'ordonnée de 3.
On a donc le point de coordonnées (4,5) qui appartient à la tangente que l'on peut ainsi construire.

2. Les contraintes pour construire une courbe compatible avec les informations données sont de respecter l'allure de la courbe localement autour des points dont on a les coordonnées et les coefficients directeurs des tangentes.
Ailleurs qu'en ces points, la fonction peut varier comme on le souhaite.
Elle doit donc passer par les points A, B, C et D et avoir des tangentes en C, B, A et D qui soient de coefficients directeurs respectifs 1,0, 3 et 0.

3. Pour déterminer une équation de la tangente à la courbe au point A, on peut :
•Appliquer la propriété du cours et donner directement l'équation :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

c'est-à-dire $y = 3(x - 3) + 2$
Ou encore après réduction $y = 3x - 7$.

Méthode

On applique la propriété 1 de la page116 .

Exploiter une à une les informations données :

On cherche une équation de la forme $y = mx + p$ ou m est le coefficient directeur de la droite, mais c'est aussi le nombre dérivé en x=3 (ici $f'(3)=3$).
Donc l'équation cherchée est de la forme $y=3x+p$.
Le point A appartient à la droite, ses coordonnées vérifient donc l'équation et permettent de déterminer p.
$f(3)=3\times3+p$ d'où p = 2-9=-7.
Une équation de la tangente à le courbe en A est est donc $y = 3x - 7$.

Méthode

On peut chercher une équation de droite dont on connait un point et le coefficient directeur